5) H. Kawamura, in preparation.
6) H. Kawamura, in preparation.

4. ユークリッド不変なフェイズ・ダイナミックス

九大・理 太田隆夫

非平衡開放系では，しばしば，空間的に周期的な構造が出現する。レーリー・ベナルド系のロールや化学反応でみられる濃度の空間変化がその例である。このようなパターンの運動を記述する強力な方法としてフェイズ・ダイナミックスがある。[1),2)] 系を支配する運動方程式が安定な一次元周期定常解 $S_0(x)$ をもつとしよう。

$$S_0(x) = S_0(x+\ell) \tag{1}$$

ℓ は周期を表わす。S_0，例えば化学反応では空間の各点で定義された濃度である。周期構造が解(1)から少し歪んだとき，濃度の空間変化を次のようにおく。

$$S(\boldsymbol{r},t) = S_0(x-\phi(\boldsymbol{r},t)) + m(\boldsymbol{r},t) \tag{2}$$

周期の局所的な変化や1次元的な構造からの曲がり具合をフェイズ関数 $\phi(\boldsymbol{r},t)$ にとり入れ，それらにともなう濃度プロファイルの変化を $m(\boldsymbol{r},t)$ で表わす。Pomeau と Manneville[2)] は ϕ と m の空間変化が十分小さいとしてその最低次で

$$\partial_t \phi = \nu_1 \partial_y^2 \phi + \nu_\parallel \partial_x^2 \phi \tag{3}$$

を得た。ここに，$\nu_\perp$ と $\nu_\parallel$ は定数（ただし，ℓ には依る）。空間微分の高次までとりこんだ非線形フェイズ・ダイナミックスについては Kuramoto の研究がある。[3),4)]

系が無限に広がっている理想的な極限を考えると，出発の運動方程式が回転対称性をもっているとき，周期パターンの波数ベクトルの向きは縮退している。つまり，空間のある点の波数ベクトルの向きと，そこから十分はなれた点の波数ベクトルの方向とは大きく違いうる。したがって，パターンの大局的な時間発展をとらえるには運動方程式（例えば(3) をユークリッド不変な形に書かなければならない。最近，Cross と Newell[5)] はフェイズ $\phi(\boldsymbol{r},t)$ に対するユ

ークリッド不変な方程式を得た。しかし，彼等の理論の適用範囲は周期構造が生ずる分岐点近傍に限られる。

我々は分岐点近傍に制限されないユークリッド不変フェイズ・ダイナミックスの定式化を提案した。[6] また，この方法は出発の運動方程式が熱力学ポテンシャル（あるいはリァプノフ汎関数）をもっているか否かに依らない。主な仮定は

(i) フェイズ $\phi(\boldsymbol{r}, t)$ のみが系のゆっくりとした変数である。

(ii) パターンのゆがみの空間スケールは基本周期 l に比べて十分大きく，なめらかである。

得られた方程式は，2次元では

$$V=\nu_{\perp}K+\nu_{\parallel}\,\partial_{\mathrm{n}}Q-\sigma\,\partial_{\mathrm{s}}^{2}K+\mu KQ+\cdots \tag{4}$$

となる。(4)は $\psi(\boldsymbol{r}, t)=x-\phi(\boldsymbol{r}, t)=lk$（$k$ は整数）で与えられる等高線の運動を表わす。∂_{s} は等高線に沿った微分，∂_{n} は法線方向の微分である。V は等高線の法線方向の速度

$$V=-\frac{1}{|\nabla\psi|}\,\partial_{t}\psi \tag{5}$$

K は平均曲率をあらわす。

$$K=-\nabla\cdot\mathbf{n} \tag{6}$$

ここに

$$\mathbf{n}=\frac{\nabla\psi}{|\nabla\psi|} \tag{7}$$

Q は周期の局所的な変化である。

$$Q=1-\mathbf{n}\cdot\nabla\psi \tag{8}$$

係数 $\nu_{\perp}$, $\nu_{\parallel}$, σ, μ 等は出発の運動方程式を与えればきちんと決まる。(4)を得るのに文献4)の方法のいくつかを使った。(5)〜(8)より(4)を $\phi(\boldsymbol{r}, t)$ で表わすのは容易で，非線形フェイズ・ダイナミックス方程式も自動的，かつ，より系統的に導出できる。(4)の両辺に左から $\nabla|\nabla\psi|$ を作用させると偏微分方程式の形

$$\partial_{t}\boldsymbol{v}=\nu_{\perp}\{\nabla^{2}\boldsymbol{v}-\nabla[\boldsymbol{nn}:\nabla\boldsymbol{v}]\}+\nu_{\parallel}\,\nabla\{\boldsymbol{v}\cdot\nabla(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{v})\} \tag{9}$$

を得る。ここに，$\boldsymbol{v}=\nabla\psi$ である。ただし，(9)では(4)の最初の2項のみ書き下した。

ここでは周期解(1)は時間に依存しないとした。周期パターンがその法線方向に一定速度で伝

播しているときには，上の定式化はそのままの形では使えない。また，周期パターンの歪みは，しばしば，欠陥（例えば転位）をともなう。欠陥を考慮したフェイズ・ダイナミックスについてはすでにいくつかの研究がある[7]が，ここで述べた方法にそれを取り入れるのは今後の課題である。

参考文献

1) Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 64 (1978), 346. 及びそれの引用文献.
2) Y. Pomeau and P. Manneville, J. Physique Lett. **40** (1979), 609.
3) Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. **63** (1980), 1885.
4) Y. Kuramoto, Prog. Theor. Phys. **71** (1984), 1182.
5) M. C. Cross and A. C. Newell, Physica **10D** (1984), 299.
6) T. Ohta, Prog. Theor. Phys. (submitted)
7) K. Kawasaki, Prog. Theor. Phys. suppl. No. 79, **80** (1985) 及び，それの引用文献.

5. 一般化されたTDGL系におけるホールのダイナミックス

名大・理　戸次直明，野崎一洋

§1. 序　論

非線形・非平衡系の場におけるパターン形成の動力学は，急冷された磁性体における秩序形成過程や一次相転移のダイナミックス等とも関連して，非常に興味のある問題の一つである。ここでは，一般化された時間依存性をもつギンツブルグ・ランダウ（TDGL）系の一次元方程式をモデルとして，非線形場におけるパターン形成の動力学を解析的および数値的に調べる。非平衡臨界点近くの相変化を記述する一般的なモデルとして良く知られているTDGL系の一次元方程式の解として，静止したホール解が存在することがすでにわかっている。[1] この静止したホール解の前後で位相の飛びがπであり，その中間点で位相のない点があるため，この解はphase-defectを表わすと解釈される。ここでは，この位相の飛びがπからズレた場合に，そのズレに依存する伝播速度をもつより一般的なホール解が存在することを示し，その解析的な